

פיתרון / פתרון 5

(1) אם z נק' עגול סך $f(z) = \frac{az+b}{cz+d}$

$\Leftrightarrow \frac{az+b}{cz+d} = z$ ש/כ

$cz^2 + (d-a)z - b = 0$

$\frac{a-d \pm \sqrt{(a-d)^2 + 4bc}}{2c}$

הנקודות העגולות

יש 1 או 2 נקודות עגולות.

(2) ברור שהעקבה $z \rightarrow iz$

משעריה $\{Re z > 0\}$ & $\{Im z > 0\}$

בכיתה כאילו כי $\frac{z-i}{z+i}$ משעריה

$\{Im z > 0\}$ & משעריה $|z| < 1$

לכן העקבה המבוקשת היא $\frac{iz-i}{iz+i} = \frac{z-1}{z+1}$

(3) בכיתה כאילו כי העקבה מחזירה

היא ו-1 ערכיה! שכן $\bar{z} = \frac{1}{z}$

לכן אם ק"מ העקבה כ"כ (א), (ב), (ד)!

$$\Gamma = \{z: Az\bar{z} + Bz + \bar{B}\bar{z} + C = 0\} \quad (4)$$

סדסנן ספ סל'נן! סכנן כסנן

$$\Gamma = \{ |z + \alpha| = R \}$$

$$(z + \alpha)(\bar{z} + \bar{\alpha}) = R^2 \Leftrightarrow$$

$$z\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + \alpha\bar{\alpha} - R^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{B}{A}, \quad \frac{C}{A} = |\alpha|^2 - R^2$$

\Leftrightarrow סל'נן סנ'ס z_1, z_2

$$(z_1 + \alpha)(\bar{z}_2 + \bar{\alpha}) = R^2$$

\Downarrow

$$z_1\bar{z}_2 + \bar{\alpha}z_1 + \alpha\bar{z}_2 + |\alpha|^2 - R^2 = 0$$

\Downarrow

$$z_1\bar{z}_2 + \frac{B}{A}z_1 + \frac{\bar{B}\bar{z}_2}{A} + \frac{C}{A} = 0 \Leftrightarrow$$

$$Az_1\bar{z}_2 + Bz_1 + \bar{B}\bar{z}_2 + C = 0$$

ספסנן

$$z = \frac{w+3}{2w+1}$$

$$\Leftrightarrow w = \frac{z-3}{1-2z} \quad (5)$$

$$\left| \frac{w+3}{2w+1} - 1 \right| = r \Leftrightarrow |w+3 - (2w+1)| = r|2w+1|$$

$$\Leftrightarrow |2-w| = 2r|w+\frac{1}{2}|$$

$$r = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2r = 1 \Leftrightarrow \text{ספ' סכלסנן סס ספ' סכלסנן}$$

$$(w-2)(\overline{w-2}) = 4(w+\frac{1}{2})(\overline{w+\frac{1}{2}})$$

$$\Leftrightarrow \frac{w+\bar{w}}{2} + \frac{1}{4} + (w+\bar{w})2 - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$5\frac{w+\bar{w}}{2} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$

סדסנן סדסנן סכסכס סכסכס סכסכס, $0 = f(1)$ (6)
סכסכס סכסכס סכסכס סכסכס סכסכס